

Exercice I Scintigraphie thyroïdienne

La thyroïde est une glande, située dans la région cervicale antérieure, appliquée contre le larynx et la partie supérieure de la trachée. La fonction principale de cette glande est la sécrétion des hormones thyroïdiennes à partir de l'iode alimentaire qui se fixe temporairement sur cette glande.

De petite taille, pesant 15 à 25 g chez l'adulte et mesurant environ 4 cm en largeur et 3 cm en hauteur, elle n'est normalement pas, ou à peine, palpable. Mais elle peut s'hypertrophier, soit de manière plus ou moins diffuse et homogène, soit de manière localisée avec la formation de nodule(s). Ces nodules peuvent principalement être de deux sortes : hypofixant ou hyperfixant. Ils sont dits hypofixants s'ils fixent peu d'iode par rapport au reste de la thyroïde. Inversement, ils sont dits hyperfixants s'ils fixent plus d'iode que le reste de la thyroïde.

Ce sont ces nodules qu'il faut déceler pour traiter le patient si nécessaire. Ceci est réalisé à l'aide de traceurs radioactifs, les isotopes ^{123}I et ^{131}I , de constantes radioactives respectives $\lambda_{123} = 1,459 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ et $\lambda_{131} = 1,001 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Ces isotopes sont en effet des émetteurs de rayons gamma pouvant être détectés par un appareil de mesure appelé « détecteur à scintillations ». La condition pour que l'appareil de mesure utilisé ici compte les rayons gamma, est que ceux-ci aient une énergie supérieure à 20 eV. Il en résulte alors une image reconstituée de l'organe étudié, sur laquelle les zones foncées représentent les zones de l'organe fortement émettrices en rayons gamma. La scintigraphie est donc une sorte de photographie.

Lorsque l'analyse est pressée, on préfère utiliser l'isotope ^{123}I qui nécessite un temps de pose de l'ordre du quart d'heure. On injecte au patient une dose d'activité $\mathcal{A} = 7,0 \text{ MBq}$, sous forme d'une solution d'iodure de sodium NaI où l'iode est le traceur radioactif. On laisse l'iode se fixer environ 4 heures, temps au bout duquel on réalise la scintigraphie.

1. Choix de l'isotope ^{123}I

1.1. L'isotope ^{123}I est préparé par réaction nucléaire entre un deutérium ^2_1H de haute énergie, et du tellure $^{122}_{52}\text{Te}$. Écrire l'équation correspondante. Préciser les lois de conservation utilisées et le nom de la particule émise. Donnée : numéro atomique de l'élément iode : $Z(\text{I}) = 53$.

1.2. Calculer le temps de demi-vie des deux isotopes.

Quel peut être alors l'avantage d'utiliser l'isotope ^{123}I par rapport au ^{131}I ? Justifier.

2. Administration de l'iode à des patients

L'hôpital commande un flacon d'une solution de NaI avec de l'iode ^{123}I , pour l'utiliser sur plusieurs patients.

Pour des raisons pratiques, les injections sont effectuées toutes les 30 minutes. La première injection a lieu le matin à 9 h. Juste avant cette injection, l'activité du flacon de l'hôpital est de 28,5 MBq. À chaque injection, on prélève une dose d'activité égale à 7 MBq.

2.1. Quelle est l'activité de la solution restant dans le flacon juste après l'injection (supposée instantanée) au premier patient ?

2.2. Calculer la valeur de $e^{-\lambda \cdot \Delta t}$, si $\Delta t = 30 \text{ min}$.

En déduire l'activité du flacon à 9h30, juste avant l'injection au second patient.

2.3. Les injections suivantes ont lieu toutes les demi-heures. Combien de patients pourront alors recevoir la dose nécessaire (7 MBq) à la réalisation d'une scintigraphie ?

3. Précaution et analyse des images obtenues

3.1. Quel est le nombre de noyaux radioactifs N_0 injectés à chaque patient ?

3.2. Il est courant de réaliser une deuxième injection aux patients, afin de vérifier que le traitement a été efficace. On estime qu'entre deux injections à un patient, il doit s'écouler environ six semaines afin que la première n'influence pas la scintigraphie de la deuxième.

Montrer que la première injection n'a alors aucune influence sur la scintigraphie qui suit la deuxième injection.

3.3. La scintigraphie permet d'obtenir les images ci-dessous. On y trouve notamment une thyroïde comportant un nodule, puis cette thyroïde après traitement. S'agit-il d'un nodule hyperfixant ou hypofixant ? Justifier.



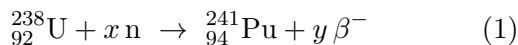
Exercice II

Quelques propriétés du plutonium

1. Généralités

Les minerais d'uranium (U) contiennent essentiellement deux isotopes dans les proportions : 99,3 % d'uranium 238 et 0,7 % d'uranium 235. Le combustible des centrales nucléaires est un mélange enrichi en uranium 235, c'est-à-dire que la proportion de l'isotope 235 est supérieure à 0,7 % (et celle du 238 inférieure à 99,3 %). En effet, seuls les noyaux d'uranium 235 sont fissiles, c'est-à-dire susceptibles de subir une fission nucléaire sous l'action d'un neutron.

Le plutonium (Pu) n'existe pas dans la nature. Le plutonium 241 est un sous-produit obtenu, dans les réacteurs des centrales nucléaires, à partir de l'uranium 238. On peut en effet schématiser la formation d'un noyau de plutonium 241 par l'équation de réaction nucléaire suivante :



n est le symbole d'un neutron et β^{-} celui d'une particule émise, et x et y sont des coefficients entiers à déterminer.

Une fois formé, le plutonium 241 est lui-même fissile sous l'action d'un bombardement neutronique. De plus, il est émetteur β^{-} avec une demi-vie de l'ordre d'une dizaine d'années (une valeur plus précise fait l'objet d'une question).

- 1.1. Définir les termes suivants : noyaux isotopes ; fission nucléaire ; demi-vie.
- 1.2. Préciser le nombre de masse et le numéro atomique de chacune des deux particules, neutron et β^{-} .
Expliciter pour chaque particule la notation ${}^A_Z\text{X}$.
- 1.3. Déterminer les valeurs de x et de y dans l'équation (1).

2. Détermination des énergies libérées lors de transformations du plutonium 241

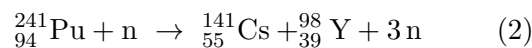
On donne les valeurs numériques qui suivent (u est le symbole de l'unité de masse atomique) :

- célérité de la lumière dans le vide :
 $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
- charge élémentaire :
 $e = 1,602177 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- unité de masse atomique :
 $1 \text{ u} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- masse du neutron :
 $m(\text{n}) = 1,00866 \text{ u}$
- masse de la particule β^{-} :
 $m(\beta) = 0,00055 \text{ u}$
- masse du noyau de plutonium 241 :
 $m(\text{Pu}) = 241,00514 \text{ u}$
- masse du noyau d'américium 241 :
 $m(\text{Am}) = 241,00457 \text{ u}$
- masse du noyau d'yttrium 98 :
 $m(\text{Y}) = 97,90070 \text{ u}$

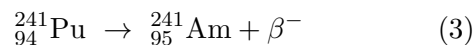
- masse du noyau de césium 141 :
 $m(\text{Cs}) = 140,79352 \text{ u}$

En outre, dans la relation d'équivalence masse-énergie, à une masse égale à une unité de masse atomique correspond une énergie égale à 931,494 MeV.

2.1. La fission du plutonium 241 a pour équation :



- 2.1.1. Déterminer en MeV la valeur de l'énergie E_F libérée lors de la fission d'un noyau de plutonium 241.
- 2.1.2. On dit parfois qu'une réaction de ce type peut donner une *réaction en chaîne*. Pouvez-vous justifier ce terme ?
- 2.2. Désintégration β^{-} du plutonium 241 : le plutonium 241 est aussi un émetteur β^{-} . La désintégration se fait selon l'équation :



Déterminer en MeV la valeur de l'énergie E_D libérée lors de la désintégration β^{-} d'un noyau de plutonium 241.

- 2.3. Comparaison des deux réactions nucléaires.
 - 2.3.1. Comparer E_F et E_D et calculer le rapport E_F/E_D .
 - 2.3.2. Les physiciens nucléaires affirment que l'interaction entre nucléons appelée interaction forte est responsable de la fission alors que l'interaction qui s'exerce entre un nucléon comme le neutron et un électron appelée interaction faible est responsable de la désintégration β^{-} . Ces termes vous paraissent-ils justifiés ?

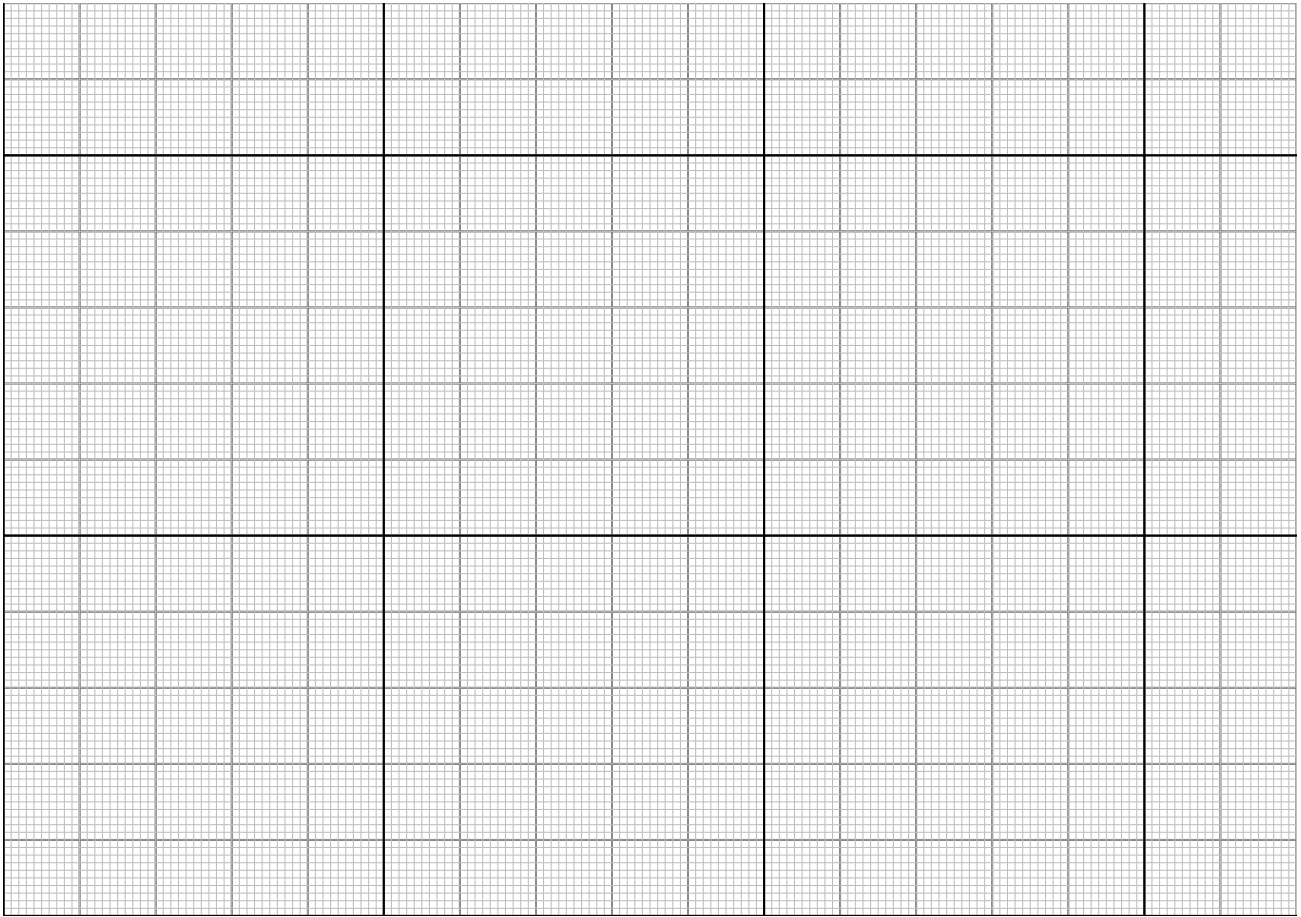
2.4. Étude expérimentale de la radioactivité du Plutonium 241

Une étude de l'activité d'un échantillon contenant du plutonium 241 permet d'obtenir à différentes dates le rapport du nombre de noyaux non encore désintégrés N à la population initiale N_0 de noyaux dans l'échantillon. Les résultats expérimentaux ont été consignés dans le tableau ci-dessous :

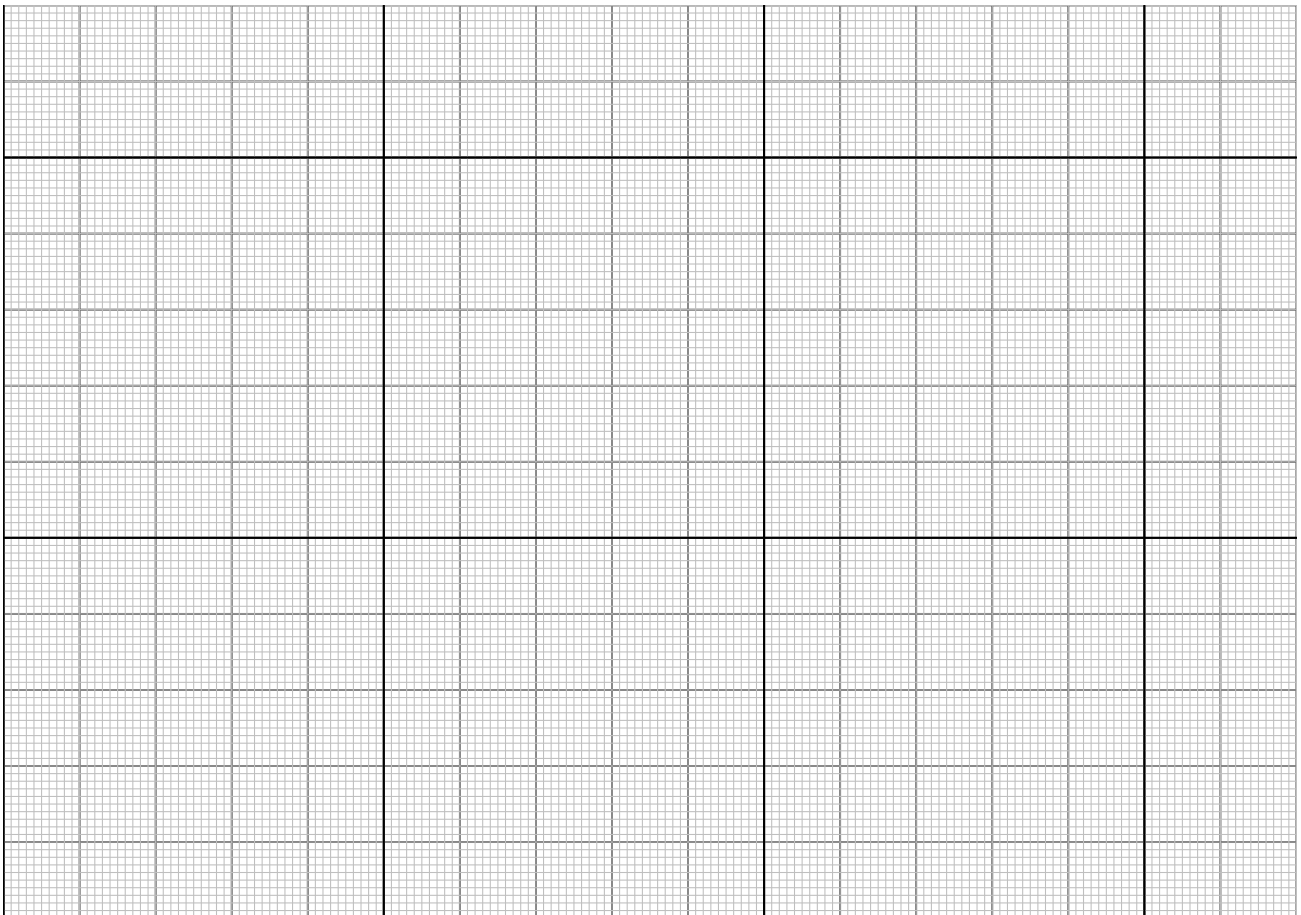
t (ans)	0	3	6	9	12	15
N/N_0	1	0,85	0,73	0,62	0,53	0,45

- 2.4.1. Rappeler la loi de décroissance radioactive qui représente l'évolution de la population moyenne d'un ensemble de noyaux radioactifs.
- 2.4.2. Par une méthode de votre choix, graphique (en utilisant éventuellement la feuille de papier millimétrique fournie avec le texte) ou numérique, déterminer la valeur du temps de demi-vie $t_{1/2}$ du plutonium 241.

Nom : Prénom :

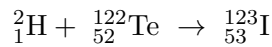


Nom : Prénom :



Exercice I – Scintigraphie thyroïdienne

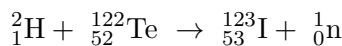
1.1. Équation de la réaction nucléaire :



Cette équation n'est pas équilibrée, il y a une masse de trop, on utilise les lois de Soddy :

$$\begin{cases} 2 + 122 = 123 + y \\ 1 + 52 = 53 + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

On en déduit l'équation équilibrée :



La particule émise est un neutron ${}^1_0\text{n}$.

1.2. Calcul des temps de demi-vie :

$$\begin{cases} t_{1/2} ({}^{123}_{53}\text{I}) = \frac{\ln 2}{\lambda_{123}} = 4,751 \times 10^4 \text{ s} \\ t_{1/2} ({}^{131}_{53}\text{I}) = \frac{\ln 2}{\lambda_{131}} = 6,925 \times 10^5 \text{ s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_{1/2} ({}^{123}_{53}\text{I}) = 13,20 \text{ h} \simeq 13 \text{ h } 12 \text{ min} \\ t_{1/2} ({}^{131}_{53}\text{I}) = 8,015 \text{ d} \simeq 8 \text{ d } 21 \text{ min} \end{cases}$$

L'iode 123 a comme avantage d'être plus rapidement désintégré, en quelques jours ($10 \cdot t_{1/2} \simeq 6 \text{ d}$), et ainsi sa dangerosité s'atténue rapidement ; autre avantage, la mesure est plus rapide. L'iode 131 persiste plus longtemps, de l'ordre du mois ($10 \cdot t_{1/2} \simeq 2 \text{ mois } 1/2$).

2.1. L'activité restante dans le flacon vaut :

$$28,5 - 7 = 21,5 \text{ MBq}$$

2.2. Calcul de l'exponentielle, sans unité :

$$e^{-\lambda_{123}\Delta t} = e^{-1,459 \times 10^{-5} \times 30 \times 60} = 0,9741$$

D'après la loi de décroissance radioactive :

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_0 e^{-\lambda_{123}t}$$

l'activité initiale $\mathcal{A}_0 = 21,5 \text{ MBq}$ est ramenée à :

$$\mathcal{A}(30 \text{ min}) = 21,5 \times 0,9741 = 20,9 \text{ MBq}$$

au bout d'une demi-heure.

2.3. On procède par récurrence. Chaque injection correspond à une soustraction de 7 MBq suivie d'une multiplication par 0,9741 :

$$\begin{aligned} 28,5 - 7 &= 21,5 \text{ MBq} & 21,5 \times 0,9741 &= 20,9 \text{ MBq} \\ 20,9 - 7 &= 13,9 \text{ MBq} & 13,9 \times 0,9741 &= 13,5 \text{ MBq} \\ 13,5 - 7 &= 6,5 \text{ MBq} & 6,5 \times 0,9741 &= 6,3 \text{ MBq} \end{aligned}$$

On constate qu'après la troisième injection, la dose restante n'est plus suffisante pour une petite quatrième.

3.1. Relation entre activité et nombre de noyaux :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = \lambda_{123}N &\Leftrightarrow N = \frac{\mathcal{A}}{\lambda_{123}} \\ &\Rightarrow N = \frac{7 \times 10^6}{1,459 \times 10^{-5}} = 4,798 \times 10^{11} \end{aligned}$$

3.2. Calculons l'activité résiduelle à six semaines, pour une activité initiale $\mathcal{A}_0 = 7 \text{ MBq}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(6 \text{ w}) &= \mathcal{A} e^{-\lambda_{123}t} \\ &= 7 \times 10^6 \times e^{-1,459 \times 10^{-5} \times 6 \times 7 \times 24 \times 3600} \\ &= 7 \times 10^{-17} \text{ Bq} \end{aligned}$$

Cette activité est effectivement totalement négligeable devant la dose de 7 MBq (et aussi devant la radioactivité naturelle).

3.3. Sur l'image de gauche, on observe un nodule hypofixant. En effet, on observe une zone de plus faible émission gamma, correspondant à une plus faible fixation du diiode (la zone plus claire à gauche au centre de l'image).

Cette zone a disparu sur l'image de droite, confirmant un fonctionnement correct de la thyroïde.

Exercice II – Quelques propriétés du plutonium

1.1. Noyaux isotopes Nucléides ayant le même nombre de protons Z (nombre de charge), mais des nombres de neutrons $A - Z$ (donc nombre de masse A) différents.

Fission nucléaire Coupure d'un noyau lourd, d'énergie de liaison par nucléon faible, pour former deux noyaux plus légers, d'énergie de liaison par nucléon plus élevée, donc plus stables.

Demi-vie Durée moyenne au bout de laquelle, statistiquement, la moitié des noyaux radioactifs d'un échantillon donné se sont désintégrés :

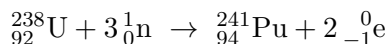
$$N(t + t_{1/2}) = \frac{N(t)}{2} \quad \text{ou} \quad N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

1.2. Neutron : $Z = 0, A = 1 : {}^1_0\text{n}$
Particule β^- : $Z = -1, A = 0 : {}^0_{-1}\text{e}$

1.3. Application des lois de Soddy :

$$\begin{cases} 238 + x \times 1 = 241 + y \times 0 \\ 92 + x \times 0 = 94 + y \times (-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

On en déduit l'équation équilibrée :



2.1.1. Selon la convention thermodynamique, on compte négativement l'énergie perdue par le système :

$$\begin{aligned} E_F &= (m_{\text{produits}} - m_{\text{réactifs}}) \cdot c^2 \\ &= [m({}_{55}^{141}\text{Cs}) + m({}_{39}^{98}\text{Y}) + 3m({}_0^1\text{n}) \\ &\quad - m({}_{94}^{241}\text{Pu}) - m({}_0^1\text{n})] \cdot c^2 \\ &= [140,79352 + 97,90070 + 2 \times 1,00866 \\ &\quad - 241,00541] \times 931,494 \\ &= -273,487 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Calcul avec conversions en kg et en MeV :

$$\begin{aligned} E_F &= [140,79352 + 97,90070 + 2 \times 1,00866 \\ &\quad - 241,00541] \\ &\quad \times 1,66054 \times 10^{-27} \\ &\quad \times \frac{1}{10^6 \times 1,602177 \times 10^{-19}} \\ &\quad \times (3,00 \times 10^8)^2 \\ &= -274 \text{ MeV} \end{aligned}$$

2.1.2. Cette réaction nécessite un neutron incident et libère trois neutrons ; ces derniers peuvent potentiellement réagir avec trois noyaux de plutonium 241. En théorie, la réaction d'un noyau peut donc se propager à 3, puis 9, puis 27, etc. noyaux, et conduire à une très grande libération d'énergie. C'est ce phénomène que l'on nomme *réaction en chaîne*.

2.2. La réaction (3) correspond à l'émission d'un électron (β^-) ; on ne s'occupe pas de l'ultérieure désexcitation du noyau fils ${}_{95}^{241}\text{Am}^*$ par émission d'un photon (γ), les deux réactions n'étant pas simultanées. Le bilan d'énergie est des plus classiques :

$$\begin{aligned} E_D &= (m_{\text{produits}} - m_{\text{réactifs}}) \cdot c^2 \\ &= [m({}_{95}^{241}\text{Am}) + m({}_{-1}^0\text{e}) - m({}_{94}^{241}\text{Pu})] \cdot c^2 \\ &= [241,00457 + 0,00055 - 241,00514] \times 931,494 \\ &= -0,019 \text{ MeV} \end{aligned}$$

2.3.1. En valeurs absolues, $|E_F| \gg |E_D|$, l'énergie libérée par fission est bien supérieure à celle libérée par radioactivité naturelle.

$$\frac{E_F}{E_D} = \frac{-272,956}{-0,019} = 14 \times 10^3$$

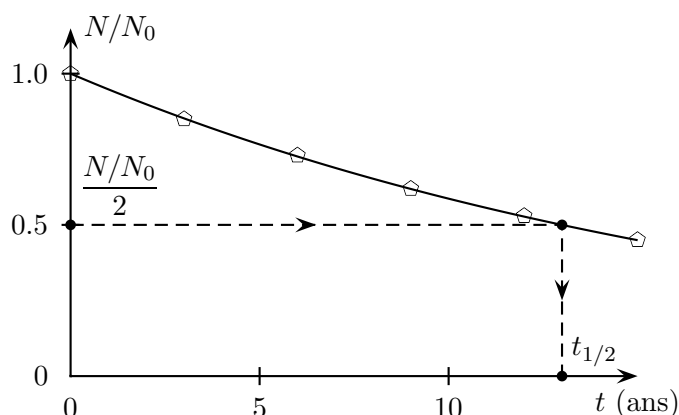
2.3.2. Associer la fission à l'interaction forte et l'émission β^- à l'interaction faible apparaît justifié. En effet, comme leurs noms l'indiquent l'interaction forte est bien plus intense que l'interaction faible. Il est donc logique que les variations d'énergie qui accompagnent leurs manifestations soient elles-même d'ordres de grandeurs distincts.

2.4.1. Loi de décroissance radioactive :

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2.4.2. La méthode graphique était la plus simple :

$$t_{1/2} \simeq 13 \text{ ans}$$



La méthode par le calcul nécessite d'exprimer la loi de décroissance radioactive en fonction de $t_{1/2}$, la constante radioactive λ n'étant pas donnée :

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \Rightarrow N = N_0 e^{-\ln 2 \frac{t}{t_{1/2}}} \\ &\Leftrightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\ln 2 \frac{t}{t_{1/2}}} \\ &\Leftrightarrow \ln \frac{N}{N_0} = -\ln 2 \frac{t}{t_{1/2}} \\ &\Leftrightarrow t_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln \frac{N}{N_0}} t \end{aligned}$$

Si on prends comme exemple de valeurs numériques ($t = 12$ ans ; $\frac{N}{N_0} = 0,53$), on obtient le résultat :

$$t_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln 0,53} \times 12 = 13 \text{ ans}$$

Tout autre couple de valeur, hors $t = 0$, convient et donne le même résultat.

I – Scintigraphie

.../18

- ${}^2_1\text{H} + {}^{122}_{52}\text{Te} \rightarrow {}^{123}_{53}\text{I} + {}^1_0\text{n}$
- Lois de Soddy
- Neutron ${}^1_0\text{n}$ émis
- $t_{1/2} = \ln 2/\lambda$
- $t_{1/2}(123) = 4,751 \times 10^4$ s ou 13h, 12min
- $t_{1/2}(131) = 6,925 \times 10^5$ s ou 8d, 21min
- Iode 123 se désintègre plus rapidement
- 21,5 MBq
- $e^{-\lambda \cdot \Delta t} = 0,9741$
- $\mathcal{A} = \mathcal{A}_0 e^{-\lambda t}$ ici ou ailleurs
- 20,9 MBq
- 3 patients, justifié
- 3 patients, justifié
- $N = \mathcal{A}/\lambda_{123}$
- $N_0 = 4,798 \times 10^{11}$ noyaux (environ)
- $\mathcal{A}(6\text{ w})$ négligeable, justifié très proprement
- $\mathcal{A}(6\text{ w})$ négligeable, justifié très proprement
- Hypofixant, justifié

II – Plutonium 241

.../19

- Définition isotopes
- Définition fission + laïus sur stabilité ou énergie
- Définition demi-vie, bien précise
- ${}^0_{-1}\text{e}$ et $A = 0, Z = -1$
- ${}^1_0\text{n}$ et $A = 1, Z = 0$
- Réponse $x = 3$ et $y = 2$
- $E_F = [m({}^{141}_{55}\text{Cs}) + m({}^{98}_{39}\text{Y}) + 2m({}^1_0\text{n}) - m({}^{241}_{94}\text{Pu})] c^2$
- $E_F = -274$ MeV
- $E_F = -273,487$ MeV
- Chiffres significatifs cohérents avec les données
- Explication réaction en chaîne
- $E_D = [m({}^{241}_{95}\text{Am}) + m({}^0_{-1}\text{e}) - m({}^{241}_{94}\text{Pu})] c^2$
- $E_D = -0,019$ MeV
- $|E_F| \gg |E_D|$ ou équivalent
- $E_F/E_D = 14 \times 10^3$
- Fission \leftrightarrow forte et $\beta^- \leftrightarrow$ justifié, expliqué
- $N = N_0 e^{-\lambda t}$ et/ou $N_0 e^{-t/\tau}$
- $t_{1/2} = 13$ ans, $\pm 1/2$ année
- Graphique lu ou calcul mené, au choix
- Bonus double méthode cohérente

Total

.../37

Note

.../20

I – Scintigraphie

.../18

- ${}^2_1\text{H} + {}^{122}_{52}\text{Te} \rightarrow {}^{123}_{53}\text{I} + {}^1_0\text{n}$
- Lois de Soddy
- Neutron ${}^1_0\text{n}$ émis
- $t_{1/2} = \ln 2/\lambda$
- $t_{1/2}(123) = 4,751 \times 10^4$ s ou 13h, 12min
- $t_{1/2}(131) = 6,925 \times 10^5$ s ou 8d, 21min
- Iode 123 se désintègre plus rapidement
- 21,5 MBq
- $e^{-\lambda \cdot \Delta t} = 0,9741$
- $\mathcal{A} = \mathcal{A}_0 e^{-\lambda t}$ ici ou ailleurs
- 20,9 MBq
- 3 patients, justifié
- 3 patients, justifié
- $N = \mathcal{A}/\lambda_{123}$
- $N_0 = 4,798 \times 10^{11}$ noyaux (environ)
- $\mathcal{A}(6\text{ w})$ négligeable, justifié très proprement
- $\mathcal{A}(6\text{ w})$ négligeable, justifié très proprement
- Hypofixant, justifié

II – Plutonium 241

.../19

- Définition isotopes
- Définition fission + laïus sur stabilité ou énergie
- Définition demi-vie, bien précise
- ${}^0_{-1}\text{e}$ et $A = 0, Z = -1$
- ${}^1_0\text{n}$ et $A = 1, Z = 0$
- Réponse $x = 3$ et $y = 2$
- $E_F = [m({}^{141}_{55}\text{Cs}) + m({}^{98}_{39}\text{Y}) + 2m({}^1_0\text{n}) - m({}^{241}_{94}\text{Pu})] c^2$
- $E_F = -274$ MeV
- $E_F = -273,487$ MeV
- Chiffres significatifs cohérents avec les données
- Explication réaction en chaîne
- $E_D = [m({}^{241}_{95}\text{Am}) + m({}^0_{-1}\text{e}) - m({}^{241}_{94}\text{Pu})] c^2$
- $E_D = -0,019$ MeV
- $|E_F| \gg |E_D|$ ou équivalent
- $E_F/E_D = 14 \times 10^3$
- Fission \leftrightarrow forte et $\beta^- \leftrightarrow$ justifié, expliqué
- $N = N_0 e^{-\lambda t}$ et/ou $N_0 e^{-t/\tau}$
- $t_{1/2} = 13$ ans, $\pm 1/2$ année
- Graphique lu ou calcul mené, au choix
- Bonus double méthode cohérente

Total

.../37

Note

.../20